# **МЕХАНИКА MECHANICS**





УДК 539.42

https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-4-300-307

## Численное моделирование поведения кинематически нестабильных склонов при динамических воздействиях



П. П. Гайджуров 🔘 🖂, Н. А. Савельева 🔘, Е. В. Труфанова 🔘

ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация) ⊠ gpp-161@yandex.ru

**Введение.** Предложена концепция оценки динамических параметров системы «основание — ослабленный слой блок» с учетом физической нелинейности материала при кинематическом способе возбуждения колебаний. В соответствии с данным подходом учет физической нелинейности материала основания и блока осуществляется с помощью модели Друкера-Прагера. Ослабленный слой моделируется 3D пружинными конечными элементами. На примере динамического расчета системы «основание — ослабленный слой — склон» осуществлена процедура верификации предлагаемой методики.

Материалы и методы. Вычислительные эксперименты выполнены с помощью программного комплекса ANSYS Mechanical в сочетании с нелинейным решателем, базирующемся на процедуре Ньютона-Рафсона. Для дискретизации расчетных областей применены объемные конечные элементы SOLID45. Для моделирования смещения блока относительно неподвижного основания использованы комбинированные упруго-вязкие элементы COMBIN14.

**Результаты исследования.** Разработана инженерная методика динамического анализа напряженнодеформированного состояния пространственной системы «основание — ослабленный слой — блок» при кинематическом способе возбуждения колебаний. На числовых примерах исследована точность и сходимость предлагаемой методики.

Обсуждение и заключения. На основании выполненного математического моделирования показано, что разработанная методика позволяет оценить риски возникновения реальных оползневых процессов, обусловленных внешними нестационарными воздействиями.

Ключевые слова: метод конечных элементов, модель Друкера-Прагера, метод Ньютона-Рафсона, динамическое моделирование, склон, оползневой процесс.

Для цитирования: Гайджуров, П. П. Численное моделирование поведения кинематически нестабильных склонов при динамических воздействиях / П. П. Гайджуров, Н. А. Савельева, Е. В. Труфанова // Advanced Engineering Research. — 2021. — T. 21, № 4. — C. 300–307. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-4-300-307

© Гайджуров П. П., Савельева Н. А., Труфанова Е. В., 2021



### Numerical simulation of the behavior of kinematically unstable slopes under dynamic influences

P. P. Gaidzhurov D, N. A. Saveleva D, E. V. Trufanova Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation) ⊠ gpp-161@yandex.ru

Introduction. The concept of estimating the dynamic parameters of the "base — weakened layer — block" system is proposed, taking into account the physical nonlinearity of the material and the kinematic method of excitation of vibrations. In accordance with this approach, the physical nonlinearity of the base and block material is considered using the Drucker-Prager model. The weakened layer is modeled by 3D spring finite elements. The verification procedure of the proposed methodology is carried out on the example of the dynamic calculation of the "base — weakened layer — slope" system.

*Materials and Methods.* The computational experiments were performed using the ANSYS Mechanical software package in combination with a nonlinear solver based on the Newton-Raphson procedure. SOLID45 volumetric finite elements were used to discretize the computational domains. Combined elastic-viscous elements COMBIN14 were used to simulate the displacement of the block relative to the fixed base.

**Results.** An engineering technique for the dynamic analysis of the stress-strain state of the "base — weakened layer — block" spatial system with kinematic method of excitation of vibrations is developed. The accuracy and convergence of the proposed method is investigated using specific numerical examples.

**Discussion and Conclusion.** Based on the mathematic simulation performed, it is shown that the developed technique provides assessing the risks of the occurrence of real landslide processes caused by external non-stationary impacts.

*Keywords*: finite element method, Drucker-Prager model, Newton-Raphson method, dynamic modeling, slope, landslide process.

*For citation:* P. P. Gaidzhurov, N. A. Saveleva, E. V. Trufanova. Numerical simulation of the behavior of kinematically unstable slopes under dynamic influences. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 4, pp. 300–307. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-4-300-307

Введение. В 70-х годах прошлого века началось широкое использование метода конечных элементов (МКЭ) при анализе статической устойчивости склонов и откосов [1–3]. Как показала практика геотехнических расчетов МКЭ в отличие от упрощенных методик позволил учесть такие важные факторы как реальную геометрию и послойную структуру исследуемых объектов, а также наличие противооползневых сооружений и физическую нелинейность материала с заранее неизвестной областью пластичности [4]. В настоящее время многие исследователи стали применять МКЭ для анализа динамической устойчивости склонов реального заложения, а также прогнозирования рисков обвалов горных пород в подземных выработках и со склонов, расположенных вдоль автомобильных и железнодорожных магистралей. Также одним из актуальных направлений горной динамики является конечно-элементное моделирование последствий землетрясений с учетом кинематической нестабильности конгломераций [5]. В настоящее время существуют следующие методы динамических расчетов в области геотехники:

1. SRM (strength reduction method) — метод снижения прочности [6, 7]. Разработан для расчета запаса прочности горного массива в физически нелинейной постановке. В SRM фактические прочностные параметры грунта итерационно уменьшаются путем деления на некоторый коэффициент больше 1:

$$c' = \frac{c}{k_{SRM}}; \quad \phi' = arctan\left(\frac{tan\phi}{k_{SRM}}\right),$$

где c,  $\phi$  — фактические значения сцепления и угла внутреннего трения грунта соответственно; c',  $\phi'$  — сцепление и угол внутреннего трения грунта соответственно после их уменьшения относительно фактических значений;  $k_{SRM}$  — коэффициент снижения сдвиговой прочности. Величина  $k_{SRM}$ , соответствующая предельному состоянию системы, определяет нижнюю границу прочностных параметров материала.

- 2. LEM (limit equilibrium method) метод предельной кинетики, базирующийся на принципе Даламбера [8, 9]. Ориентирован на анализ динамической устойчивости сочлененных массивов горных пород.
- 3. TLEM (thin layer element method of FEM) метод тонкослойных конечных элементов [10], в котором упругопластические элементы тонкого слоя используются для моделирования поведения кинематически нестабильных структур.

Анализ результатов, полученных с помощью методов SRM, LEM и TLEM, показал, что в настоящее время отсутствует единая концепция математического моделирования поведения структурно нестабильных геотехнических систем при нестационарном внешнем воздействии. Это обусловливает актуальность разработки методики динамического анализа систем типа «основание — ослабленный слой — блок» в конечно-элементной постановке с использованием нового подхода к моделированию плоскостей скольжения.

**Материалы и методы**. Уравнение движения механической системы в конечно-элементной формулировке представим в виде [11]:

$$[M]\{W''(t)\}+[C]\{W'(t)\}+[K]\{W(t)\}=\{F_0\}+\{F(t)\},$$
(1)

где [M], [C], [K] — матрицы масс, демпфирования и жесткости ансамбля конечных элементов соответственно;

 $\{W''(t)\}$ ,  $\{W'(t)\}$ ,  $\{W(t)\}$  — векторы-столбцы соответственно узловых ускорений, скоростей, перемещений;  $\{F_0\}$ ,  $\{F(t)\}$  — векторы-столбцы заданных статических и динамических нагрузок соответственно в момент времени t. В дальнейшем полагаем, что матрицы [M] и [K] согласованные.

Для численного интегрирования уравнения (1) используем метод Ньюмарка [12]. При этом шаг интегрирования по временной оси  $\Delta t$  назначаем так, чтобы с достаточной точностью учитывались вклады физически значимых собственных пар. В дальнейшем рассмотрим кинематические способы возбуждения колебаний, заданные с помощью либо модельной сейсмограммы  $\{\overline{W}(t)\}$ , либо с помощью модельной акселелограммы  $\{\overline{W}''(t)\}$ . При таком способе задания динамического воздействия второе слагаемое правой части уравнения (1) будет равно нулю:  $\{F(t)\}=0$ .

Рассмотрим способ возбуждения механических колебаний посредством модельной сейсмограммы. Функцию  $\overline{W}(t)$  представим в виде [13]:

$$\overline{W}(t) = At e^{-\chi t} \sin(\theta t), \qquad (2)$$

где A — начальная амплитуда;  $\chi$  — коэффициент затухания;  $\theta$  — угловая частота внешнего воздействия. На рис. 1. приведен график функции  $\overline{W}(t)$  для значений: A=0.01553 м;  $\chi=0.7143$ ;  $\theta=5$  с $^{-1}$ .

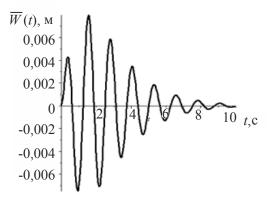
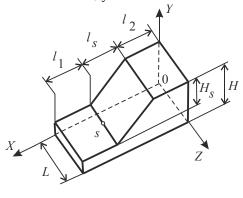


Рис. 1. График модельной сейсмограммы

**Результаты исследования**. В качестве первого модельного примера рассмотрим задачу о вынужденных колебаниях склона, расположенного на основании (рис. 2). Граничные условия задачи показаны на рис. 3, где буквой S обозначена исследуемая точка.





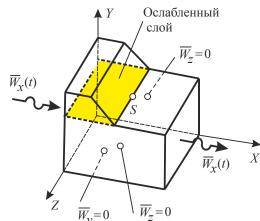


Рис. 3. Расчетная схема склона

Соотношения геометрических параметров склона и основания (рис. 2) представлены в таблице 1.

Таблица 1

#### Соотношения геометрических параметров

Н	$l_1$	$l_s$	$l_2$	L
$3.5H_s$	$H_s$	$(1,0-2,0)H_s$	$H_s$	$5H_s$

Для моделирования склона и основания используем объемные конечные элементы SOLID45 программного комплекса ANSYS Mechanical. Конечно-элементная модель для варианта с параметрами:  $l_s = 2H_s$ ,  $H_s = 10$  м, отнесенная к глобальной декартовой системе координат, приведена на рис. 4.

Конечно-элементная сетка построена таким образом, что на поверхности контакта смежные узлы основания и склона имеют одинаковые координаты, но разные номера. Это принято для того, чтобы разместить в этом месте ослабленный слой. Кинематическое воздействие в форме модельной сейсмограммы (2) задаем на каждом шаге интегрирования  $t_i$  в виде узловых перемещений  $\overline{W}_x(t_i)$  на торцовых поверхностях модели с параметрами: X=0 и  $X=l_1+l_S+l_2$ .

Моделирование ослабленного слоя (рис. 4) выполняем с помощью упруго-вязких комбинированных конечных элементов COMBIN14 [14]. Двухузловой элемент COMBIN14, состоящий из пружины жесткостью k и демпфера жидкостного трения с коэффициентом демпфирования  $c_{\nu}$ , приведен на рис. 5. В рассматриваемом случае этот элемент работает только на растяжение-сжатие.

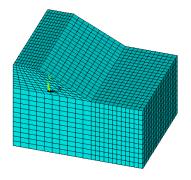


Рис. 4. Конечно-элементная модель системы «основание — склон»

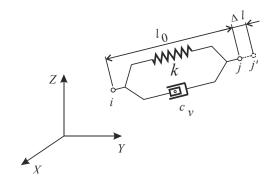


Рис. 5. Комбинированный конечный элемент COMBIN14

В каждом узле контактной поверхности (рис. 4) вдоль глобальных осей X, Y, Z вводим элементы COMBIN14. Параметры комбинированных элементов:

$$k_x = 30 \text{ kH/m}; \ k_y = k_z = 9,44 \cdot 10^7 \text{ kH/m}; \ c_v = 0,5.$$

В этом примере и далее вводим допущение о естественном недеформированном состоянии системы «основание — ослабленный слой — склон». Для вычислений используем нелинейный решатель комплекса ANSYS Mechanical.

Результаты конечно-элементного моделирования в виде визуализации деформированного состояния системы «основание — склон» с учетом максимального горизонтального смещения и распределения амплитудных горизонтальных перемещений  $W_x(t)$  показаны на рис. 6 и 7. Шаг интегрирования уравнения (1)  $\Delta t = 0.01$  с. Как видно, введение 3D упруго-вязких элементов позволяет смоделировать эффект кинематической нестабильности механической системы «основание — ослабленный слой — склон» при кинематическом способе возбуждения колебаний.

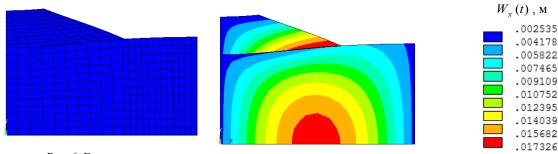


Рис. 6. Визуализация смещения склона относительно основания

Рис. 7. Распределение перемещений  $W_{x}(t)$ 

Амплитудное значение перемещения в точке S составило  $W_{x_s \max} = 1,7$  см. Для варианта склона  $l_s = H_s$  (рис. 2)  $W_{x_s \max} = 1,1$  см. Графики колебаний основания и склона в исследуемой точке S (рис. 3) в направлении оси X приведены на рис. 8.

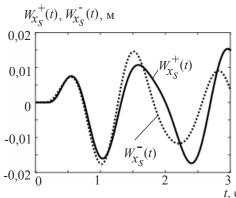


Рис. 8. Графики колебаний в точке S основания  $W_{x_S}^+(t)$  и склона  $W_{x_S}^-(t)$  при кинематическом возбуждении с помощью модельной сейсмограммы

На основании приведенных графиков видно, что начиная с момента времени t > 1,5 с наблюдается рассогласование колебаний основания и склона.

Рассмотрим поведение системы «основание — ослабленный слой — склон» (рис. 3) при возбуждении колебаний с помощью модельной акселерограммы  $\overline{W}''(t)$ . С этой целью дважды продифференцируем выражение (2). В результате получим:

$$\overline{W''}(t) = Ae^{-\chi t} \left[ \chi^2 \sin(\theta t)t - 2\chi \cos(\theta t)\theta t - \sin(\theta t)\theta^2 t - 2\chi \sin(\theta t) + 2\cos(\theta t)\theta \right]. \tag{3}$$

График функции (3) для параметров: A=0.01553 м;  $\chi=0.7143$ ;  $\theta=5$  с  $^{-1}$  показан на рис. 9.

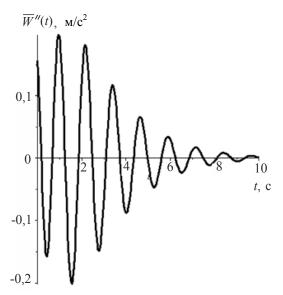


Рис. 9. График модельной акселелограммы

Кинематическое воздействие в форме модельной акселерограммы (3) по аналогии с сейсмограммой (2) задаем на каждом шаге интегрирования  $t_i$  в виде узловых ускорений  $\overline{W_x''}(t_i)$  на торцовых поверхностях модели с параметрами: X=0 и  $X=l_1+l_S+l_2$ . На рис. 10 представлены графики колебаний в исследуемой точке S (рис. 3) при кинематическом воздействии в форме модельной акселерограммы. Сравнивая графики колебаний, приведенные на рис. 8 и 10, устанавливаем, что они практически совпадают. Это свидетельствует о корректности разработанной конечно-элементной модели, позволяющей описывать поведение системы «основание — ослабленный слой — склон» при различных способах нестационарного кинематического воздействия.

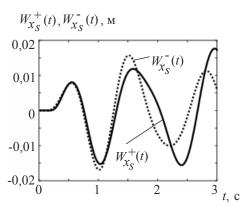
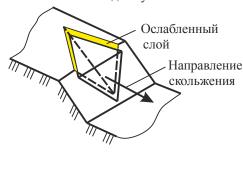


Рис. 10. Графики колебаний в точке S основания  $W_{_{X_{\varsigma}}}^{^{+}}(t)$  и склона  $W_{_{X_{\varsigma}}}^{^{-}}(t)$ 

при кинематическом возбуждении колебаний с помощью модельной акселелограммы

В качестве второго модельного примера рассмотрим задачу о вынужденных колебаниях склона с кинематически нестабильным клиновидным включением (рис. 11). В связи с симметрией конфигурации, в расчетной схеме учитываем только 1/2 часть склона и включения. Граничные условия для принятой расчетной схемы показаны на рис. 12. Здесь буквой S обозначена исследуемая точка, принадлежащая одновременно основанию склона и клиновидному включению.



 $W_{z} = 0$  X  $W_{y} = 0$  S  $W_{z} = 0$ 

Рис. 11. Схема склона с клиновидным включением

Рис. 12. Расчетная схема для задачи «склон — клиновидное включение»

Конечно-элементная модель склона и клиновидного включения показана на рис. 13. Как и в предыдущем примере, в данном случае используем элементы SOLID45 и COMBIN14 с теми же характеристиками материала.

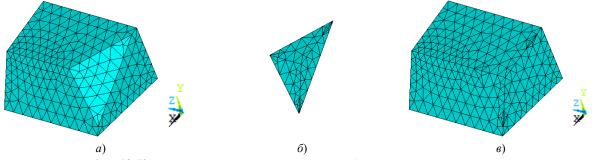


Рис. 13. Конечно-элементная модель: a — склон;  $\delta$  — клиновидное включение;  $\epsilon$  — склон с клиновидным включением

Функция, описывающая модельную акселелограмму, имеет вид:

$$\overline{W}_{x}(t) = A \cdot \cos \theta t$$
,

где A — амплитуда ускорения;  $\theta$  — частота внешнего воздействия. На рис. 14 приведен график  $\overline{W}_x(t)$  при A=2,5 м/с²,  $\theta=2$  Гц. Значения ускорения  $\overline{W}_x(t_i)$  на i-том шаге интегрирования уравнения движения (1) прикладываем к узлам поверхности модели с координатой X=0 (рис. 12).

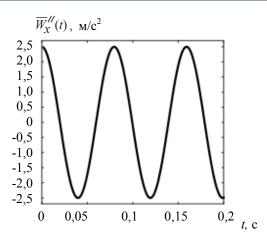


Рис. 14. График модельной акселелограммы  $\overline{W_{_{\mathrm{Y}}}}(t)$ 

Результат моделирования в виде распределения амплитудных значений перемещений  $W_x(t)$  показан на рис. 15. Шаг интегрирования  $\Delta t = 0.01$  с. Графики колебаний основания склона и клиновидного включения в исследуемой точке S (рис. 12) в направлении оси X приведены на рис. 16.

Как видно из рис. 15 при заданном кинематическом воздействии происходит разрыв сплошности массива склона по ослабленному слою и клиновидное включение смещается относительно основания склона вдоль оси X.

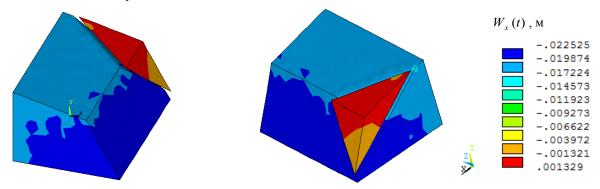


Рис. 15. Распределения  $W_{_{x}}(t)$  в 1/2 части склона с клиновидным включением

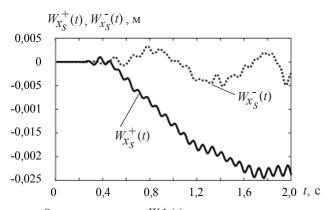


Рис. 16. Графики колебаний в точке S основания склона  $W_{x_S}^+(t)$  и клиновидного включения  $W_{x_S}^-(t)$  при кинематическом возбуждении колебаний с помощью модельной акселелограммы

«Дрейф»  $W_{x_s}^+(t)$  на рис. 16 обусловлен тем, что данная конечно-элементная модель не имеет связей, препятствующих смещениям вдоль оси X. Как показано в [11], решить проблему «дрейфа» можно путем вычитания из значений перемещений  $W_{x_s}^+(t)$  и  $W_{x_s}^-(t)$  перемещения основания склона, которое представляет собой смещение «как жесткое целое». Отметим, что полученные амплитудные значения перемещений  $W_{x_s}^+(t)$  и  $W_{x_s}^-(t)$  позволяют оценить динамические параметры системы «склон — ослабленный слой — клиновидное включение».

**Заключение**. Разработана и верифицирована конечно-элементная модель для исследования динамического поведения кинематически нестабильных склонов в трехмерной постановке с учетом физической

#### Библиографический список

- 1. Фадеев, А. Б. Метод конечных элементов в геомеханике / А. Б. Фадеев. Москва : Недра, 1987. 221 с.
- 2. Eberhardt, E. Rock Slope Stability Analysis Utilization of Advanced Numerical Techniques / Erik Eberhardt. Vancouver, Canada: Geological Engineering/Earth Ocean Sciences, UBS, 2003. 41 p.
- 3. Hoek, H. Rock Slope Engineering. 3rd ed. / H. Hoek, J. W. Bray. London: The Institution of Mining and Metallurgy, 1981. 358 p.
- 4. Griffiths, D. V. Slope stability analysis by finite elements / D. V. Griffiths, P. A. Lane // Geotechnique. 1999. Vol. 49. P. 387–403. https://doi.org/10.1680/geot.1999.49.3.387
  - 5. Stability Modeling with SLOPE/W. An Engineering Methodology. Alberta, Canada, 2015. 244 p.
- 6. Tamotsu Matsui. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique / Tamotsu Matsui, Ka-Ching San // Soils and Foundations. 1992. Vol. 32. P. 59–70. <a href="https://doi.org/10.3208/sandf1972.32.59">https://doi.org/10.3208/sandf1972.32.59</a>
- 7. Griffiths, D. V. Three-dimensional slope stability analysis by elasto-plastic finite elements / D. V. Griffiths, R. M. Marquez // Geotechnique. 2007. Vol. 57. P. 537–546. <a href="https://doi.org/10.1680/geot.2007.57.6.537">https://doi.org/10.1680/geot.2007.57.6.537</a>
- 8. Weida Ni. Dynamic Stability Analysis of Wedge in Rock Slope Based on Kinetic Vector Method / Weida Ni, Huiming Tang, Xiao Liu, et al. // Journal of Earth Science. 2014. Vol. 25. P. 749–756.
- 9. Md. Moniruzzaman Moni. Stability analysis of slopes with surcharge by LEM and FEM / Md. Moniruzzaman Moni, Md. Mahmud Sazzad // International Journal of Advanced Structures and Geotechnical Engineering. 2015. Vol. 4. P. 216–225.
- 10. Tongchun Li. Strength Reduction Method for Stability Analysis of Local Discontinuous Rock Mass with Iterative Method of Partitioned Finite Element and Interface Boundary Element / Tongchun Li, Jinwen He, Zhao Lanhao, et al. // Mathematical Problems in Engineering. 2015. Vol. 2015. P. 1–11. <a href="https://doi.org/10.1155/2015/872834">https://doi.org/10.1155/2015/872834</a>
- 11. Гайджуров, П. П. Моделирование динамического отклика системы «основание фундамент верхнее строение» при различных способах кинематического возбуждения колебаний / П. П. Гайджуров, А. В. Сазонова, Н. А. Савельева // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2019. № 1 (201). С. 23–30. https://doi.org/10.17213/0321-2653-2019-1-23-30
- 12. Бате, К. Численные методы анализа и метод конечных элементов / К. Бате, Е. М. Вилсон. Москва : Стройиздат, 1982. 448 с.
- 13. Сейсмостойкое строительство зданий / И. Л. Корчинский, Л. А. Бородин, А. Б. Гроссман [и. др.]. Москва : Высшая школа, 1971. 320 с.
- 14. Гайждуров, П. П. Конечно-элементное моделирование совместной работы оползня скольжения и защитного сооружения / П. П. Гайждуров, Н. А. Савельева, В. А. Дьяченков // Advanced Engineering Research. 2021. Т. 21, № 2. С. 133–142. <a href="https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-2-133-142">https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-2-133-142</a>

Поступила в редакцию 27.09.2021 Поступила после рецензирования 18.10.2021

Принята к публикации 19.10.2021

Об авторах:

**Гайджуров Петр Павлович,** профессор кафедры «Техническая механика» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, Scopus, ORCID, gpp-161@yandex.ru

Савельева Нина Александровна, старший преподаватель кафедры «Техническая механика» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), <a href="Scopus, openiosev86@mail.ru">Scopus, openiosev86@mail.ru</a>

**Труфанова Елена Васильевна**, доцент кафедры «Техническая механика» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, Scopus, ORCID, el.trufanova@mail.ru

Заявленный вклад соавторов:

П. П. Гайджуров — постановка задачи, выбор методов решения, построения математической и компьютерной моделей, обсуждение результатов. Н. А. Савельева — выполнение обзора и расчетов, обсуждение результатов. Е. В. Труфанова — выполнение обзора и расчетов, обсуждение результатов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.